

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВИРТУАЛЬНОГО ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА В КАЧЕСТВЕ ПОДСИСТЕМЫ РАСШИРЕННОГО ПОВЕРОЧНОГО РАСЧЕТА В ФУНКЦИОНАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ УСТРОЙСТВ

ТИХОНОВ А.И., канд. техн. наук, КУЧЕРОВ С.Ю., ЛАШМАНОВ И.М., РУБЦОВ Д.В., инженеры

Рассмотрена универсальная динамическая модель электрической машины, реализованная в виртуальном лабораторном стенде, опирающаяся на результаты расчета магнитного поля. Приведен математический аппарат подсистемы формирования системы уравнений динамики исследуемой установки.

Ключевые слова: электрические машины, расчет магнитного поля, расчет электрической цепи, динамический режим, математическое моделирование, численный эксперимент.

USING VIRTUAL LABORATORY BENCH AS SUBSYSTEM BROADENED CHECKING CALCULATION IN FUNCTIONAL DESIGN OF ELECTROMECHANICAL ARRANGEMENT

A.I. TИHONOV, Candidate of Engineering, S.U. KYCHEROV, I.M. LASHMANOV, D.V. RUBCOV, Engineers

Universal dynamic model of electric machine was considered and implemented at the virtual laboratory bench. Model bases at the magnetic pole calculation. Show mathematical mechanism subsystem generation of the set of equations dynamics observable staging.

Key words: electric motor, magnetic field calculation, electric circuit calculation, dynamic process, simulation, numerical experiment

Результат функционального проектирования электромеханического устройства во многом определяется качеством математических моделей, заложенных в основе подсистемы поверочного расчета. Для учета особенностей магнитной системы используются модели, основанные на расчете магнитного поля. При расчете, в частности, механотронных систем требуется также осуществить анализ динамических свойств спроектированного устройства, оценить его работу совместно с системой управления.

Таким образом, существующая традиция организации поверочного расчета электромеханического устройства должна быть расширена возможностью реализации численного эксперимента, включающего в себя широкомасштабное исследование математических моделей статических и динамических режимов с использованием полевых расчетов с учетом схемы включения моделируемого устройства во внешние цепи.

Для этих целей был разработан виртуальный лабораторный стенд (рис. 1), позволяющий с максимальной реалистичностью воспроизвести модели объектов, разместить их на рабочей панели стенда, собрать в интерактивном режиме электрические цепи и каскады электромеханических устройств, имитировать работу системы в реальном времени, осуществить управление виртуальными приборами, исследовать работу системы в статике и динамике.

Математический аппарат формирования системы дифференциальных уравнений, описывающих динамику исследуемой установки, основан на методе переменных состояния [1, 2].



Рис. 1. Имитация эксперимента в среде виртуального лабораторного стенда

Для произвольной электрической цепи строится граф с матрицей соединений A размерностью $p \times q$, где p – количество ветвей графа, q – количество его узлов. Строится дерево графа. Ветви дерева и связи с сопротивлениями, индуктивностями и источниками тока являются z -ветвями и z -связями, а ветви и связи с емкостями и источниками ЭДС – y -ветвями и y -связями.

Задача состоит в построении системы дифференциальных уравнений в форме Коши:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{f}(\mathbf{X}), \quad (1)$$

где \mathbf{L} – квадратная матрица масс; \mathbf{X} – вектор искоемых величин; $\mathbf{f}(\mathbf{X})$ – вектор правых частей.

Вектор искоемых величин имеет структуру

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} U_y \\ I_z \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где U_y – вектор напряжений на y -связях; I_z – вектор токов z -ветвей дерева.

Для y -части схемы система из y_1 уравнений строится в соответствии с методом сечений, для z -части схемы система из z_2 уравнений строится в соответствии с методом контурных токов.

Сначала нумеруются ветви дерева, а затем связи. Это позволяет разделить систему уравнений (1) на две подсистемы в соответствии со структурой вектора искомого величин (2). Принятая нумерация позволяет сформировать матрицу сечений D размера $p \times (q-1)$ в форме

$$D = [1 \ D_2], \quad (3)$$

где 1 – единичная матрица размера $(q-1) \times (q-1)$; D_2 – матрица размера $n \times (q-1)$, характеризующая ориентацию токов в связях по отношению к m сечению.

Верхняя подматрица матрицы D размерностью $p \times y_1$, соответствующая y -ветвям дерева, после перестановки столбцов принимает вид

$$D' = [1 \ D_{2yy} \ 0 \ D_{2zy}] = [D_y \ G_y], \quad (4)$$

где

$$D_y = [1 \ D_{2yy}]; \quad (5)$$

$$G_y = [0 \ D_{2zy}]. \quad (6)$$

Здесь D_{2yy} – матрица размерностью $y_2 \times y_1$, соответствующая y -связям, которые пересекаются сечениями, соответствующими y -ветвям; D_{2zy} – матрица размерностью $z_2 \times y_1$, соответствующая z -связям, которые пересекаются сечениями, соответствующими y -ветвям; 1 – единичная матрица размерностью $y_1 \times y_1$.

Для z -части схемы система из z_2 уравнений строится в соответствии с методом контурных токов. Возможное число независимых контуров равно числу связей $n = p - (q - 1)$. При соблюдении правил нумерации ветвей графа матрица контуров C размерностью $p \times n$ имеет вид

$$C = [C_1 \ 1], \quad (7)$$

где 1 – единичная матрица размера $n \times n$; C_1 – матрица размера $(q - 1) \times n$, характеризующая ориентацию токов в ветвях дерева по отношению к z контуру.

Нижняя подматрица матрицы C размерностью $p \times z_2$, соответствующая z -связям, после перестановки столбцов принимает вид

$$C' = [F_{zy} \ 0 \ F_{zz} \ 1] = [C_z \ G_z], \quad (8)$$

где

$$C_z = [F_{zz} \ 1]; \quad (9)$$

$$G_z = [F_{zy} \ 0]. \quad (10)$$

Здесь F_{zz} – матрица размерностью $z_1 \times z_2$, соответствующая z -ветвям, входящим в контуры, образованные z -связями; F_{zy} – матрица размерностью $y_1 \times z_2$, соответствующая y -ветвям, входя-

щим в контуры, образованные z -связями; 1 – единичная матрица размерностью $z_2 \times z_2$.

Следует отметить, что

$$D_{2zy} = -F_{zy}^t. \quad (11)$$

Подматрицы D_y , F_{zy} , C_z можно получить из матрицы соединений A , имеющей вид

$$A = [A_1 \ A_2]. \quad (12)$$

Подматрица A_1 размерностью $(q-1) \times (q-1)$ содержит информацию о ветвях дерева. Подматрица A_2 размерностью $n \times (q-1)$ содержит информацию о связях.

При этом справедливо соотношение

$$D_2 = -A_1^{-1} A_2. \quad (13)$$

То есть, с помощью матрицы соединений A можно построить матрицу сечений D и вычлнить все ее подматрицы A . Учитывая, что

$$C_1 = -D_2^t, \quad (14)$$

можно также построить матрицу C и вычлнить все ее подматрицы.

Результирующая система имеет вид

$$\begin{bmatrix} D_y Y_y D_y^t & -F_{zy}^t \\ F_{zy} & C_z Z_z C_z^t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_y \\ I_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (15)$$

Здесь Y_y – матрица проводимостей y -ветвей дерева; Z_z – матрица сопротивлений z -ветвей графа.

Для получения формы (1) из каждого уравнения системы (15) выражаются слагаемые, соответствующие диагональным элементам матрицы коэффициентов. В левой части остаются:

$L \frac{di}{dt}$ – для ветви с индуктивностью; $C \frac{du}{dt}$ – для ветви с емкостью; Ri – для ветви с сопротивлением.

При наличии взаимоиндуктивностей появляются дополнительные слагаемые. Если j -я ветвь связана с k -й ветвью взаимоиндуктивностью L_{jk} , то в j -м уравнении появляется $L_{jk} \frac{di_k}{dt}$.

Динамика электрической машины, содержащей n индуктивно связанных обмоток, описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_k}{dt} = u_k - R_k i_k \Big|_{k=1}^{k=n}, \\ \frac{d\alpha}{dt} = \Omega, \\ \frac{d\Omega}{dt} = \frac{1}{J} (M - M_0 - M_\theta), \end{cases} \quad (16)$$

где Ψ_k , u_k , i_k , R_k – потокосцепление, напряжение, ток и сопротивление k -й обмотки соответственно; α – угол поворота ротора; Ω – частота вращения ротора; J – момент инерции на валу; M – элек-

тромагнитный момент; M_0 – момент холостого хода; M_e – момент внешних сил.

Для потокосцепления k -й обмотки

$$\Psi_k = \Psi_k(i_1, i_2, \dots, i_n, \Omega) \quad (17)$$

справедливо разложение [2]

$$\frac{d\Psi_k}{dt} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_j} \frac{di_j}{dt} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dt} = \sum_{j=1}^n L_{kj} \frac{di_j}{dt} + \frac{\partial \Psi_k}{\partial \alpha} \Omega, \quad (18)$$

$$\text{где } L_{kj} = \frac{\partial \Psi_k}{\partial i_j} \quad (19)$$

– взаимная дифференциальная индуктивность k -й и j -й обмоток, для определения которой в [2] предлагается реализовать серию численных расчетов магнитного состояния электрической машины. Расчет может быть осуществлен, например, методом конечных элементов.

Перебирая токи в обмотках в диапазоне $i_{kmin} \leq i_k \leq i_{kmax}$ с шагом Δi_k и угол поворота ротора в диапазоне $\Omega_{min} \leq \Omega \leq \Omega_{max}$ с шагом $\Delta \Omega$, рассчитывая потокосцепления обмоток машины при каждом сочетании варьируемых величин, для каждой k -й обмотки строится матрица потокосцеплений, которая после многомерной линейной или сплайновой интерполяции образует функцию (17). Эта функция аналитически дифференцируема, что позволяет по (19) рассчитать элементы матрицы L в (1) при любом сочетании токов в обмотках и любом положении ротора. Индуктивности рассчитываются с учетом нелинейности магнитных свойств материалов, насыщения кромок зубцов, особенностей конструкции магнитной системы, ее несимметрии, сложной формы и несимметрии питающих напряжений.

С учетом разложения (18) система уравнений (16) принимает вид (1), где

$$\mathbf{X} = [i_1 \ i_2 \ \dots \ i_n \ \alpha \ \Omega]^T; \quad (20)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \Psi_1}{\partial i_1} & \frac{\partial \Psi_1}{\partial i_2} & \dots & \frac{\partial \Psi_1}{\partial i_n} & \frac{\partial \Psi_1}{\partial \alpha} & 0 \\ \frac{\partial \Psi_2}{\partial i_1} & \frac{\partial \Psi_2}{\partial i_2} & \dots & \frac{\partial \Psi_2}{\partial i_n} & \frac{\partial \Psi_2}{\partial \alpha} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial \Psi_n}{\partial i_1} & \frac{\partial \Psi_n}{\partial i_2} & \dots & \frac{\partial \Psi_n}{\partial i_n} & \frac{\partial \Psi_n}{\partial \alpha} & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & J \end{bmatrix}; \quad (21)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} u_1 - R_1 i_1 \\ u_2 - R_2 i_2 \\ \dots \\ u_n - R_n i_n \\ \Omega \\ M(i_1, i_2, \dots, i_n, \alpha) - M_0 - M_e \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Здесь $M = M(i_1, i_2, \dots, i_n, \alpha)$ – функция электромагнитного момента, построенная на основе расчетов магнитного поля аналогично (17).

Система уравнений динамики электрической машины интегрируется в единую систему уравнений собранной установки. Причем в дополнение к уравнениям электрической цепи появляются уравнения механических процессов. Для каскада электромеханических устройств, расположенных на одной оси вращения, формируется единое дифференциальное уравнение

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{\sum M}{\sum J}. \quad (23)$$

Здесь Ω – частота вращения оси каскада; $\sum M$ – суммарный момент на валу, создаваемый всеми устройствами каскада; $\sum J$ – суммарный момент инерции всех устройств каскада.

Интегрирование системы уравнений (1) осуществляется методом Рунге-Кутты.

Для реализации расширенного поверочного расчета спроектированного устройства на панели стенда собирается испытательная установка и осуществляется имитация эксперимента в интерактивном режиме. Программа эксперимента выбирается проектировщиком произвольным образом. Разработаны формуляры отчетов с таблицами, в которые заносятся показания виртуальных приборов (рис. 2). По таблицам автоматически строятся характеристики устройства.

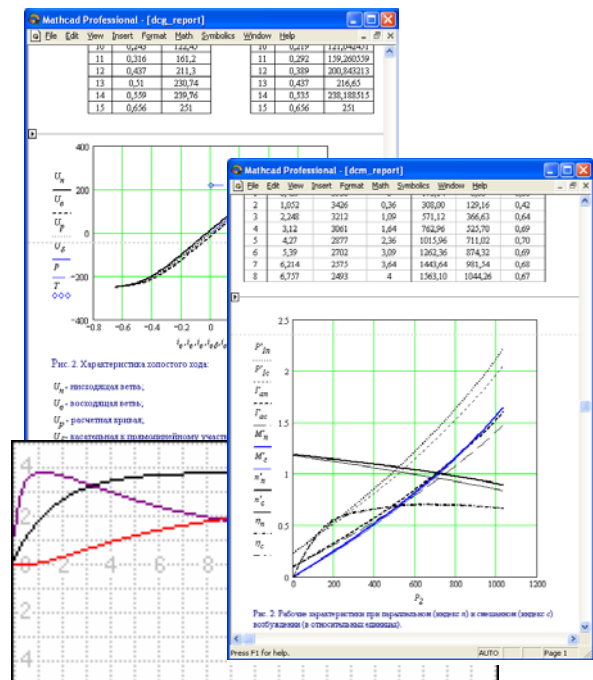


Рис. 2. Характеристика холостого хода генератора постоянного тока, рабочие характеристики и кривые пуска двигателя постоянного тока, полученные с помощью виртуального лабораторного стенда

Таким образом, разработанный математический аппарат позволяет на основе матрицы соеди-

нений электрической и механической цепи и на основе серии полевых расчетов сформировать систему дифференциальных уравнений испытательной установки. Созданный виртуальный лабораторный стенд позволяет собрать испытательную установку, сформировать матрицу соединений и осуществить интегрирование системы дифференциальных уравнений.

Тихонов Андрей Ильич,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
кандидат технических наук, доцент кафедры электромеханики,
e-mail: elmash@em.ispu.ru

Кучеров Святослав Юрьевич,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
инженер кафедры электромеханики,
телефон (4932) 26-97-06.

Лашманов Иван Михайлович,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
инженер кафедры электромеханики,
телефон (4932) 26-97-05.

Рубцов Дмитрий Валерьевич,
ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,
инженер кафедры электромеханики,
телефон (4932) 26-97-15.

Список литературы

1. **Нейман Л.Р., Демирчан К.С.** Теоретические основы электротехники. 3-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1981. – Т. 1.
2. **Тихонов А.И.** Методы анализа и синтеза электромеханических устройств на основе компонентной интеграции моделей / ГОУ ВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2006.