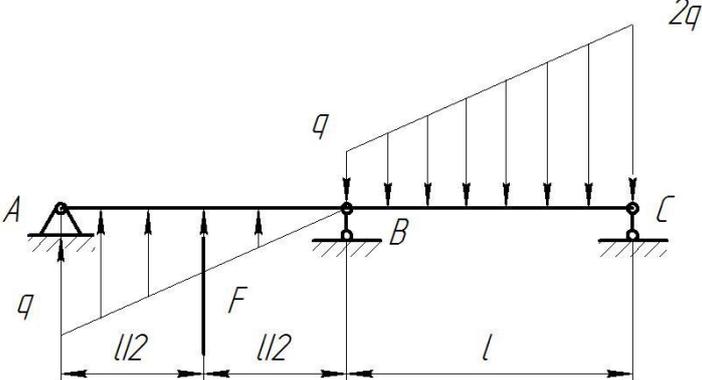
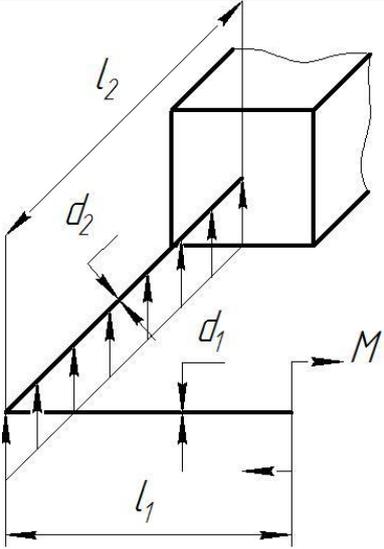
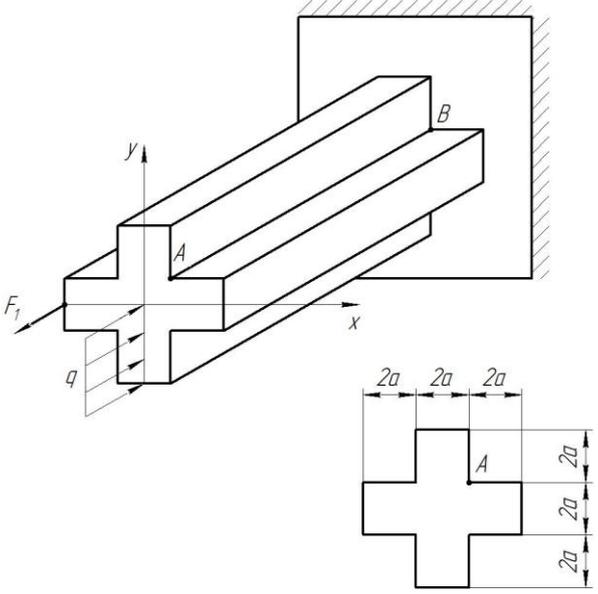




**II тур Всероссийской студенческой олимпиады  
Центрального и Приволжского федеральных округов  
по сопротивлению материалов**

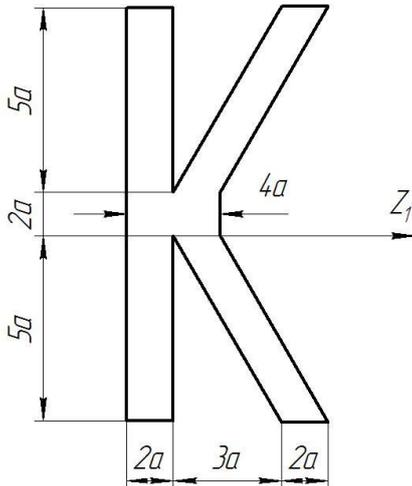
	<p align="center"><b><u>Задача №1</u></b></p> <p>Для сечения в форме буквы <i>K</i> изображенной на рисунке определить:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>Осевой момент инерции относительно оси <math>z_1</math> (<math>J_{z_1}</math>).</li> <li>Осевой момент сопротивления сечения относительно главной центральной оси <math>z_c</math>.</li> </ol>
	<p align="center"><b><u>Задача №2</u></b></p> <p>Абсолютно жесткий брус <i>K</i> шарнирно соединен со стальными стержнями 1 и 2, площадью <math>A = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2</math>.</p> <p>Известно: <math>P = 10 \text{ кН}</math>, <math>E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}</math>,  <math>\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}</math>, <math>a = 1 \text{ м}</math>.</p> <p>На сколько градусов нужно нагреть 2 стержень, чтобы напряжения в 1 стержне были равны нулю.</p> <p>Устойчивость стержней считать обеспеченной.</p>
	<p align="center"><b><u>Задача №3</u></b></p> <p>На участке <i>AB</i> на поверхности стержня установлен тензометр под углом <math>45^\circ</math> к оси. Определить диаметр стержня <math>d</math>. Считать известными момент <math>M</math>, модуль сдвига <math>G</math>.</p> <p>Линейная деформация, измеренная тензометром, равняется <math>\varepsilon</math>.</p>

	<p><b><u>Задача №4</u></b></p> <p>Заданы: <math>q</math>, <math>l</math>. При каком значении силы <math>F</math> отсутствует реакция опоры <math>B</math>.</p>
	<p><b><u>Задача №5</u></b></p> <p>Из условия равнопрочности участков рамы определить сосредоточенный момент <math>M</math>. Интенсивность равномерно распределенной нагрузки <math>q</math>, диаметры <math>d_1 = d</math>, <math>d_2 = 2d</math>, длины участков <math>l_1 = l</math> и <math>l_2 = 2l</math> считать известными. При оценки прочности использовать теорию прочности максимальных касательных напряжений.</p>
	<p><b><u>Задача №6</u></b></p> <p>Определить значение силы <math>F_1</math>, при котором деформация ребра <math>AB</math> равна нулю.</p>



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады  
Центрального и Приволжского федеральных округов  
по сопротивлению материалов  
2016 год**

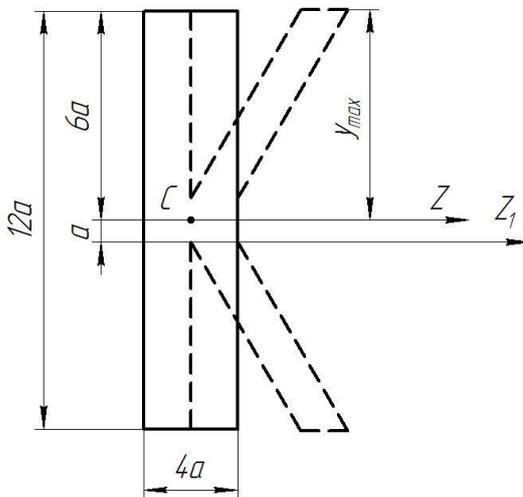
**Задача 1**



Для сечения в форме буквы *K* изображенной на рисунке определить:

1. Осевой момент инерции относительно оси  $z_1$  ( $J_{z_1}$ ).
2. Осевой момент сопротивления сечения относительно главной центральной оси  $z_c$ .

**Решение:**



Так как при перемещении отдельных частей фигуры параллельно оси, относительно которой определяется момент инерции, момент инерции не меняется, то момент инерции относительно горизонтальной оси проходящей через центр тяжести фигуры:

$$J_{z_c} = \frac{4a \cdot (12a)^3}{12} = 576a^4.$$

Момент инерции относительно оси  $z_1$ :  $J_{z_1} = J_{z_c} + a^2 \cdot A = 576a^4 + a^2 \cdot 48a^2 = 642a^4$ ;

где  $A = 4a \cdot 12a = 48a^2$ .

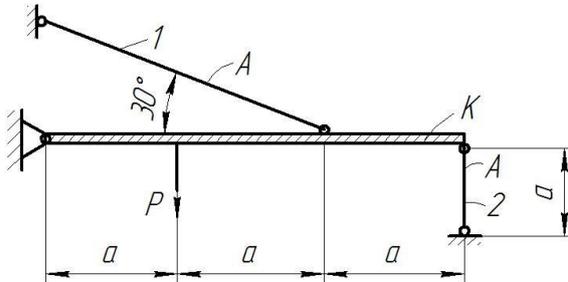
Осевой момент сопротивления:  $W_{z_c} = \frac{J_{z_c}}{|y_{\max}|} = \frac{576a^4}{6a} = 96a^3$ .

Ответ:  $J_{z_1} = 642a^4$ ,  $W_{z_c} = 96a^3$ .



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады  
Центрального и Приволжского федеральных округов  
по сопротивлению материалов  
2016 год**

**Задача 2**

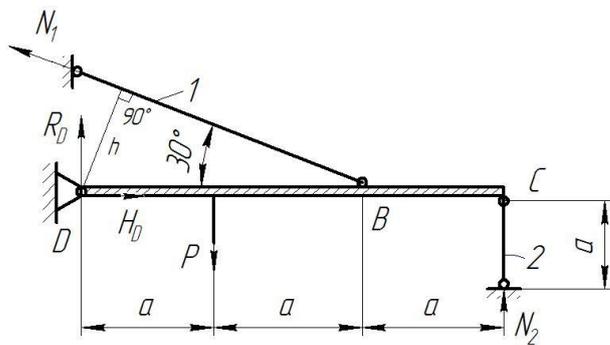


Абсолютно жесткий брус  $K$  шарнирно соединен со стальными стержнями 1 и 2, площадью  $A = 0,9 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .

Известно:  $P = 10 \text{ кН}$ ,  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ,  
 $\alpha = 12,5 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{град}}$ ,  $a = 1 \text{ м}$ .

На сколько градусов нужно нагреть 2 стержень, чтобы напряжения в 1 стержне были равны нулю. Устойчивость стержней считать обеспеченной.

**Решение:**



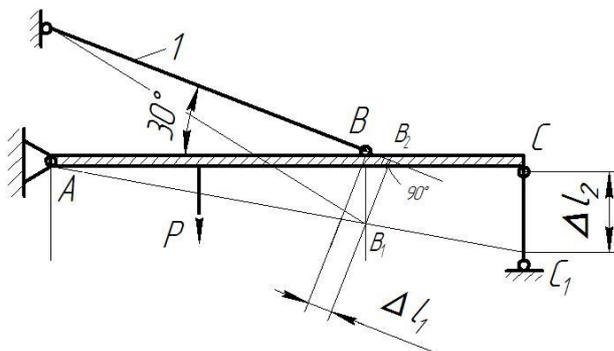
$$\sum x = 0; H_D - N_1 \cdot \cos 30^\circ = 0;$$

$$\sum y = 0; R_D + N_1 \cdot \sin 30^\circ + N_2 - P = 0;$$

$$\sum m_A = 0; N_1 \cdot h + N_2 \cdot 3a - P \cdot a = 0;$$

где  $h = 2a \cdot \sin 30^\circ$ .

Система 1 раз статически неопределимая.



$$CC_1 = \Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot a}{EA} + \alpha \cdot \Delta t \cdot a = \frac{N_2 \cdot a + \alpha \cdot \Delta t \cdot a \cdot EA}{EA}$$

$$BB_2 = \Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot 2a}{EA \cdot \cos 30^\circ},$$

$$BB_1 = \frac{BB_2}{\sin 30^\circ} = \frac{N_1 \cdot 2a}{EA \cdot \cos 30^\circ \sin 30^\circ}.$$

Треугольники  $ABB_1$  и  $ACC_1$  подобны,

$$\frac{BB_1}{CC_1} = \frac{AB}{AC}, \quad \frac{N_1 \cdot 2a \cdot EA}{EA \cdot \cos 30^\circ \sin 30^\circ (N_2 a + \alpha \cdot \Delta t \cdot a \cdot EA)} = \frac{2a}{3a}, \quad N_2 = 6,929N_1 - 225\Delta t.$$

$$N_1 \cdot 2a \cdot \sin 30^\circ + (6,929N_1 - 225\Delta t) \cdot 3a - Pa = 0; \quad N_1 = 31\Delta t + 0,459 \cdot 10^3;$$

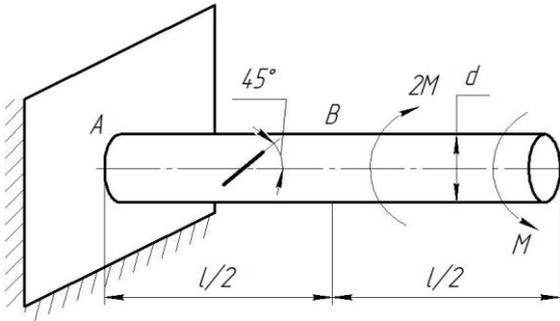
$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{31\Delta t + 0,459 \cdot 10^3}{0,9 \cdot 10^{-4}} = 0; \quad \Delta t = 14,82^\circ.$$

Ответ:  $\Delta t = 14,82^\circ$ .



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады  
Центрального и Приволжского федеральных округов  
по сопротивлению материалов  
2016 год**

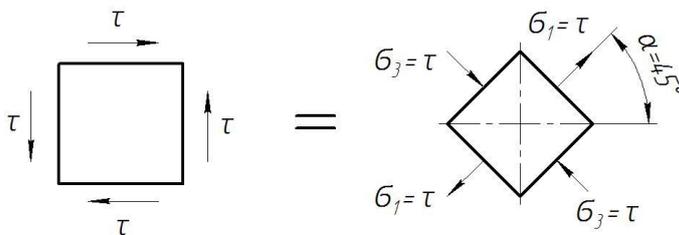
**Задача 3**



На участке  $AB$  на поверхности стержня установлен тензومتر под углом  $45^\circ$  к оси. Определить диаметр стержня  $d$ . Считать известными момент  $M$ , модуль сдвига  $G$ .

Линейная деформация, измеренная тензометром, равняется  $\varepsilon$ .

**Решение:**



На участке  $AB$  крутящий момент в сечении  $M$ . Тогда касательные напряжения на поверхности стержня на участке  $AB$ :

$$\tau_{\max} = \tau = \frac{16M}{\pi \cdot d^3}.$$

При кручении стержня – напряженное состояние чистый сдвиг. Линейная деформация

$$\text{определяется } \varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu \cdot \sigma_3) = \frac{1+\mu}{E} \tau, \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)},$$

$$\varepsilon = \frac{1+\mu}{G \cdot 2(1+\mu)} \cdot \tau = \frac{1+\mu}{G \cdot 2(1+\mu)} \cdot \frac{16M}{\pi d^3} = \frac{8M}{G\pi d^3},$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{8M}{G\pi\varepsilon}}.$$

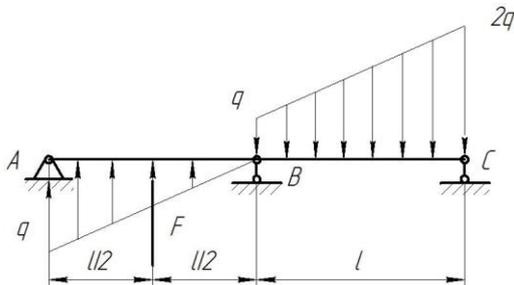
Ответ:  $d = \sqrt[3]{\frac{8M}{G\pi\varepsilon}}.$



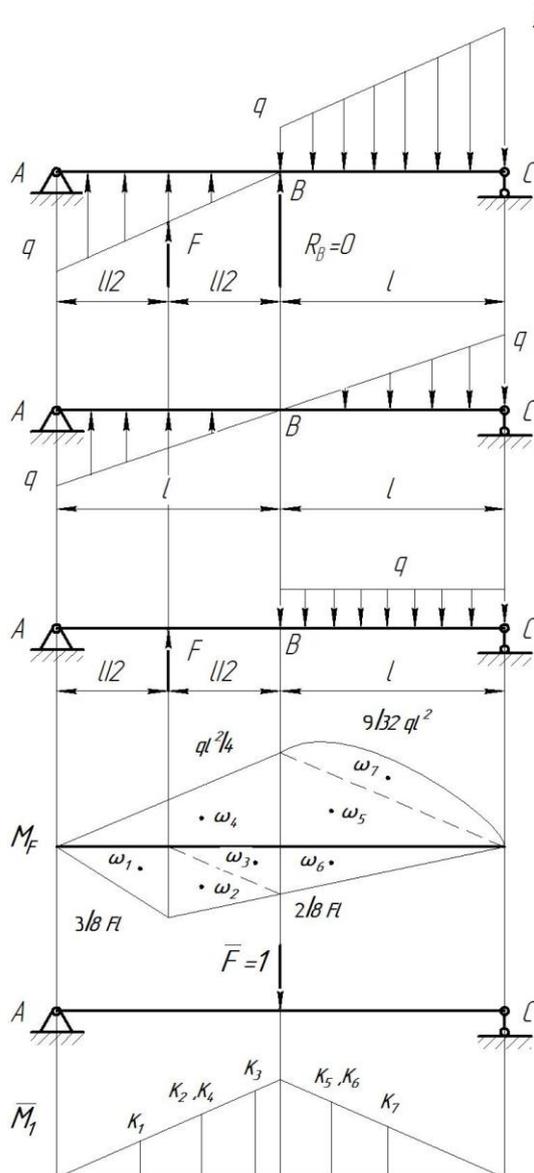
**II тур Всероссийской студенческой олимпиады  
Центрального и Приволжского федеральных округов  
по сопротивлению материалов  
2016 год**

**Задача 4**

Заданы:  $q$ ,  $l$ . При каком значении силы  $F$  отсутствует реакция опоры  $B$ .



**Решение:**



$$\omega_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} Fl \cdot \frac{l}{2} = \frac{3}{32} Fl^2;$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} Fl \cdot \frac{l}{2} = \frac{3}{32} Fl^2;$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{8} Fl \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{16} Fl^2;$$

$$\omega_4 = \frac{1}{2} l \frac{ql^2}{4} = \frac{ql^3}{8};$$

$$\omega_5 = \frac{1}{2} l \frac{ql^2}{4} = \frac{ql^3}{8};$$

$$\omega_6 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{8} Fl \cdot l = \frac{1}{8} Fl^2;$$

$$\omega_7 = \frac{2}{3} \cdot \frac{ql^2}{8} \cdot l = \frac{ql^3}{12};$$

$$k_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{l}{6};$$

$$k_2 = \left( \frac{l}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{l}{2} \right) \frac{1}{2} = \frac{l}{4};$$

$$k_3 = \left( \frac{l}{2} + \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} \right) \frac{1}{2} = \frac{5l}{12};$$

$$k_4 = \frac{2}{3}l \frac{1}{2} = \frac{l}{3}; \quad k_5 = k_6 = \frac{l}{3}; \quad k_7 = \frac{l}{4};$$

$$y_B = \frac{1}{EJ}(-\omega_1 k_1 - \omega_2 k_2 - \omega_3 k_3 + \omega_4 k_4 + \omega_5 k_5 - \omega_6 k_6 + \omega_7 k_7) = 0;$$

так как  $\frac{1}{EJ} \neq 0$ ; то  $(-\omega_1 k_1 - \omega_2 k_2 - \omega_3 k_3 + \omega_4 k_4 + \omega_5 k_5 - \omega_6 k_6 + \omega_7 k_7) = 0$ ;

$$-\frac{3}{32}Fl^2 \frac{l}{6} - \frac{3}{32}Fl^2 \frac{l}{3} - \frac{Fl^2}{16} \frac{5}{12}l + \frac{ql^3}{8} \frac{l}{3} + \frac{ql^3}{8} \frac{l}{3} - \frac{Fl}{8} \frac{l}{3} + \frac{ql^3}{12} \frac{l}{4} = 0;$$

$$F = \frac{10}{11}ql;$$

Ответ:  $F = \frac{10}{11}ql$ .



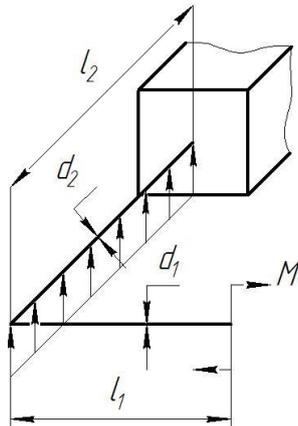
**II тур Всероссийской студенческой олимпиады  
Центрального и Приволжского федеральных округов  
по сопротивлению материалов  
2016 год**

**Задача 5**

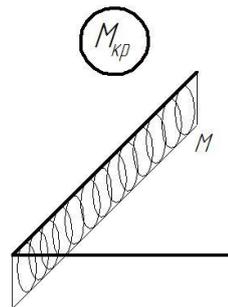
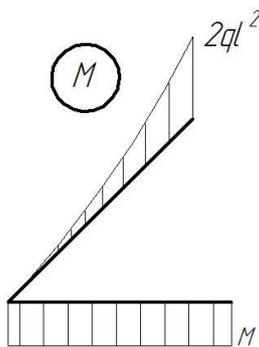
Из условия равнопрочности участков рамы определить сосредоточенный момент  $M$ .

Интенсивность равномерно распределенной нагрузки  $q$ , диаметры  $d_1 = d$ ,  $d_2 = 2d$ , длины участков  $l_1 = l$  и  $l_2 = 2l$  считать известными.

При оценке прочности использовать теорию прочности максимальных касательных напряжений.



**Решение:**



1 участок:

$$\sigma_{\text{экв1}}^{\text{max}} = \frac{M_x^{\text{max}}}{W} = \frac{32M}{\pi \cdot d^3}.$$

2 участок:

$$\sigma_{\text{экв2}}^{\text{max}} = \frac{M_x^{\text{max}}}{W} = \frac{2ql^2 \cdot 32}{\pi \cdot d^3 \cdot 2^3} = \frac{8ql^2}{\pi d^3};$$

$$\tau^{\text{max}} = \frac{M_{\text{кр}}}{W_p} = \frac{16M}{\pi \cdot d^3 \cdot 2^3} = \frac{2M}{\pi d^3}.$$

$$\sigma_{\text{экв2}}^{\text{max}} = \sqrt{\sigma_{\text{max}}^2 + 4\tau_{\text{max}}^2} = \sqrt{\left(\frac{8ql^2}{\pi d^3}\right)^2 + 4\left(\frac{2M}{\pi d^3}\right)^2};$$

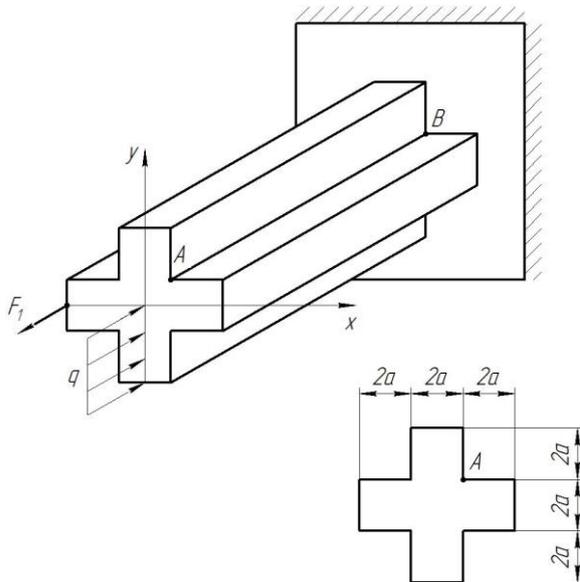
$$\sigma_{\text{экв1}}^{\text{max}} = \sigma_{\text{экв2}}^{\text{max}}; \quad M = 0,25ql^2.$$

Ответ:  $M = 0,25ql^2$ .



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады  
Центрального и Приволжского федеральных округов  
по сопротивлению материалов  
2016 год**

**Задача 6**



Определить значение силы  $F_1$ , при котором деформация ребра  $AB$  равна нулю.

**Решение:**

При внецентренном сжатии нормальные напряжения на грани  $AB$ :

$$\sigma_{AB} = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y_A + \frac{M_y}{J_y} x_A,$$

где  $N = F - 3qa$ ;

$$J_x = \frac{(2a)^2 \cdot 6a}{12} + 2 \left( \frac{(2a)^3 2a}{12} + (2a)^2 (2a)^2 \right) = 38,67a^4,$$

$$J_y = 38,67a^4, \quad M_x = 3qa \cdot \frac{3}{2}a = \frac{9}{2}qa^2,$$

$$M_y = -F \cdot 3a, \quad x_A = a, \quad y_A = a.$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F - 3qa}{20a^2} + \frac{9qa^3}{2 \cdot 38,67a^4} - \frac{3F \cdot a^2}{38,67a^4};$$

Линейная деформация  $\varepsilon_{AB} = 0$ , если  $\sigma_{AB} = 0$ ,

$$\sigma_{AB} = \frac{F - 3qa}{20a^2} + \frac{9qa^3}{2 \cdot 38,67a^4} - \frac{3F \cdot a^2}{38,67a^4} = 0,$$

$$F = -1,304qa.$$

Ответ:  $F = -1,304qa$ .