



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады
Центрального и Приволжского федеральных округов
по сопротивлению материалов**

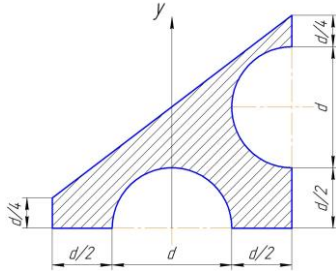
| | |
|--|--|
| | <p align="center"><u>Задача №1</u></p> <p>Для фигуры, изображенной на рисунке определить осевой момент инерции относительно оси y (J_y), если $d = 0,1$ м.</p> |
| | <p align="center"><u>Задача №2</u></p> <p>Где следует расположить опору B, чтобы в конструкции не возникали напряжения при изменении температуры окружающей среды? Материал стержней одинаковый. Брус AC абсолютно жесткий.</p> |
| | <p align="center"><u>Задача №3</u></p> <p>При каком значении F сечение $B-B$ не будет перемещаться, если q задана.</p> |

| | |
|--|--|
| | <p style="text-align: center;"><u>Задача №4</u></p> <p>Для однопролетной балки по заданным эпюрам Q_z и M_y восстановить нагрузку на балку и определить опорные реакции.</p> |
| | <p style="text-align: center;"><u>Задача №5</u></p> <p>Определить величину M, который нужно приложить на конце рамы, чтобы вертикальное перемещение сечения B было равным 0.</p> |
| | <p style="text-align: center;"><u>Задача №6</u></p> <p>Нить наклеена на стержень круглого поперечного сечения по винтовой линии с углом α между касательной к нити и осью стержня z. Дано: $\alpha = 30^\circ$, $\mu = 0.25$, d. Найти соотношение между крутящим моментом M и растягивающей силой F, при котором длина нити не изменяется.</p> |



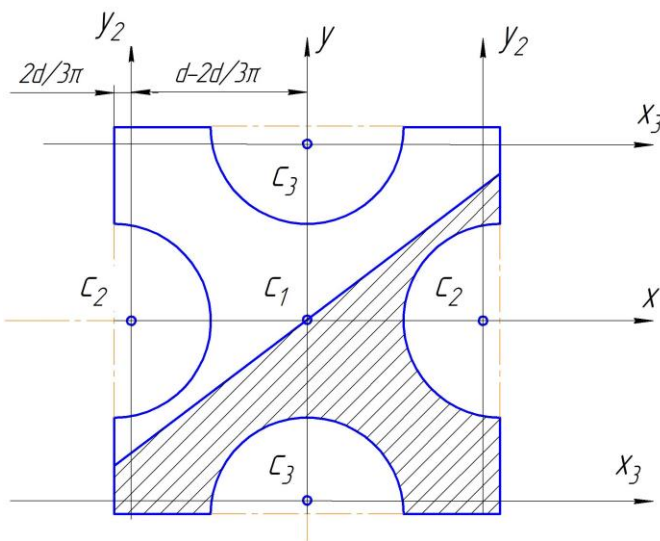
**II тур Всероссийской студенческой олимпиады
Центрального и Приволжского федеральных округов
по сопротивлению материалов, 2017 год**

Задача 1



Для фигуры, изображенной на рисунке определить осевой момент инерции относительно оси y (J_y), если $d = 0,1$ м.

Решение:



Дополнив сечение обратно зеркальной фигурой, убеждаемся, что заданное сечение является полуфигурой сечения в виде квадрата с полукруглыми вырезами.

Момент инерции полуфигуры относительно осей являющимися главными центральными осями всей фигуры равны половине величины моментов инерции относительно соответствующих главных центральных осей всей фигуры.

$$J_y = \frac{1}{2}(J_y^I - 2J_y^{II} - 2J_y^{III});$$

где

$$J_y^I = \frac{(2d)^4}{12} = 1,33d^4,$$

$$J_y^{II} = J_{y_2}^{II} + \left(d - \frac{2d}{3\pi}\right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{8} = \left(\frac{\pi \cdot d^4}{128} - \left(\frac{2d}{3\pi}\right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{8}\right) +$$

$$+ \left(d - \frac{2d}{3\pi}\right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{8} = 0,25d^4,$$

$$J_y^{III} = \frac{\pi \cdot d^4}{128} = 0,025d^4.$$

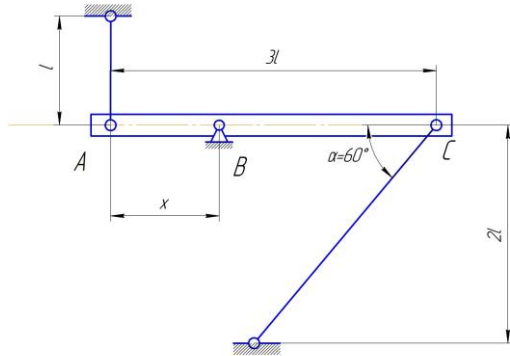
$$J_y = \frac{1}{2}(1,33d^4 - 2 \cdot 0,25d^4 - 2 \cdot 0,025d^4) = 0,39d^4 = 0,39 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4.$$

Ответ: $J_y = 0,39 \cdot 10^{-4} \text{ м}^4$.



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады
Центрального и Приволжского федеральных округов
по сопротивлению материалов, 2017 год**

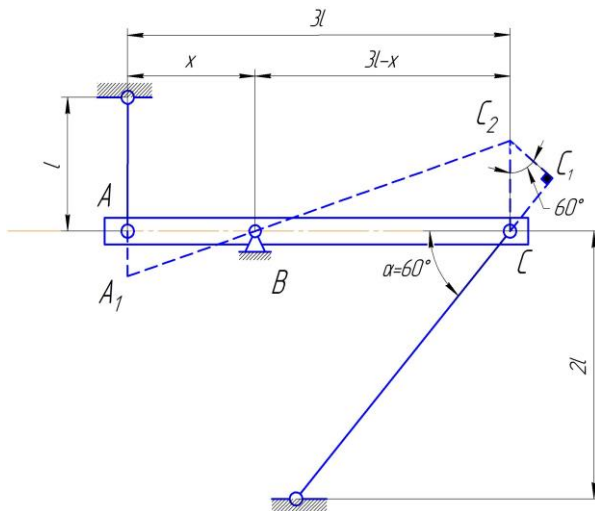
Задача 2



Где следует расположить опору B , чтобы в конструкции не возникали напряжения при изменении температуры окружающей среды? Материал стержней одинаковый. Брус AC абсолютно жесткий.

Решение:

В конструкции есть только температурные перемещения, картина которых показана на рисунке:



$$AA_1 = \alpha \cdot l \Delta t^0$$

$$CC_1 = \frac{2l}{\sin 60^0} \alpha \cdot \Delta t^0$$

$$CC_1 = \frac{2l}{\sin^2 60^0} \alpha \cdot \Delta t^0$$

$$\frac{\alpha l \Delta t^0}{x} = \frac{2l \alpha \Delta t^0}{\sin^2 60^0 \cdot (3l - x)}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{2}{0.75(3l - x)}$$

$$2.25l - 0.75x = 2x$$

$$2.75x = 2.25l$$

$$x = \frac{2.25l}{2.75}$$

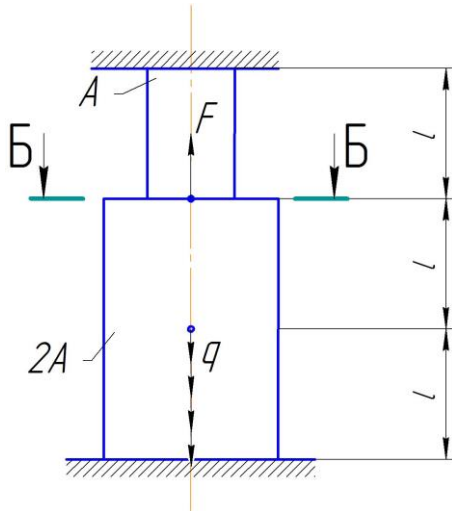
$$x = 0.818l$$

Ответ: $x = 0.818l$



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады
Центрального и Приволжского федеральных округов
по сопротивлению материалов, 2017 год**

Задача 3



При каком значении F сечение $B-B$ не будет перемещаться, если q известна.

Решение:

Сечение $B-B$ не будет перемещаться если

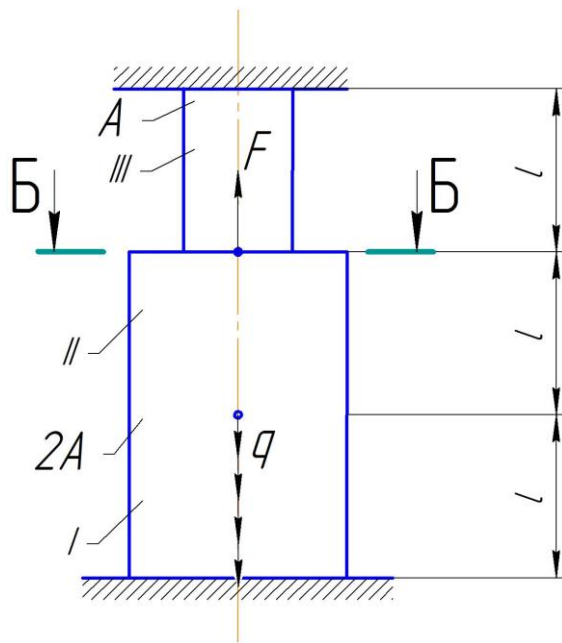
$$N_{III} = 0,$$

тогда $\Delta l_I + \Delta l_{II} = 0,$

$$\int_0^l \frac{F - qx}{E \cdot 2A} dx + \frac{Fl}{E \cdot 2A} = 0,$$

$$\frac{Fl}{E \cdot 2A} - \frac{ql^2}{E \cdot 4A} + \frac{Fl}{E \cdot 2A} = 0,$$

$$F = \frac{ql}{4}.$$

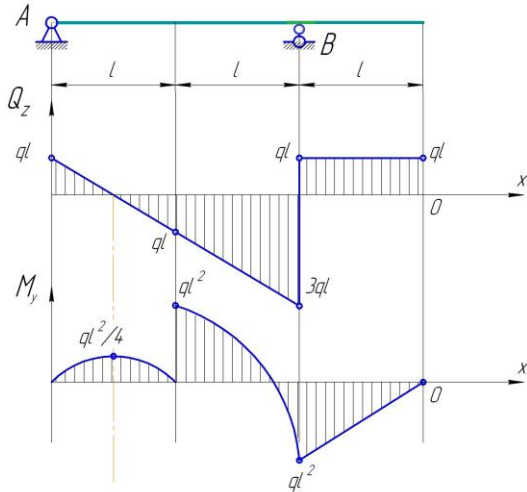


Ответ: $F = \frac{ql}{4}.$



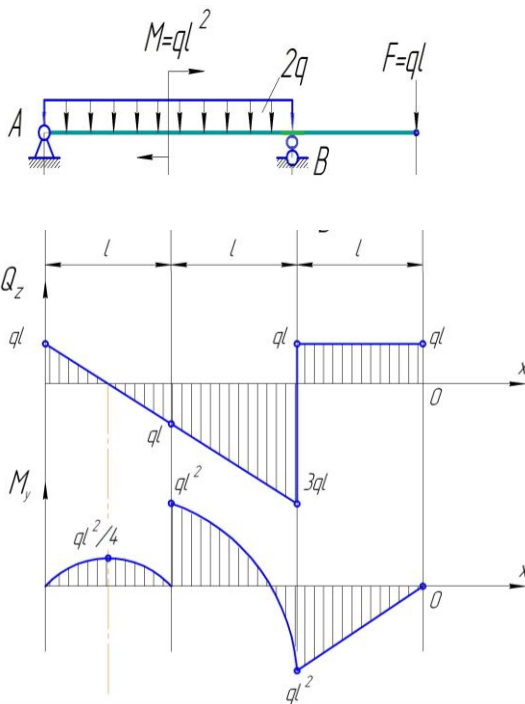
**II тур Всероссийской студенческой олимпиады
Центрального и Приволжского федеральных округов
по сопротивлению материалов, 2017 год**

Задача 4



Для однопролетной балки по заданным эюграм Q_z и M_y восстановить нагрузку на балку и определить опорные реакции.

Решение:



Из вида эюры Q_z следует, что в сечении A (на левой опоре) действует сосредоточенная сила – реакция $R_A = ql$ и направленная вверх, а в сечении B (на правой опоре) реакция $R_B = 4ql$ и направленная вверх. На пролете AB распределенная нагрузка $q' = \frac{dQ_z}{dx} = 2q$.

На консоли сосредоточенная сила $F = ql$, направленная вниз.

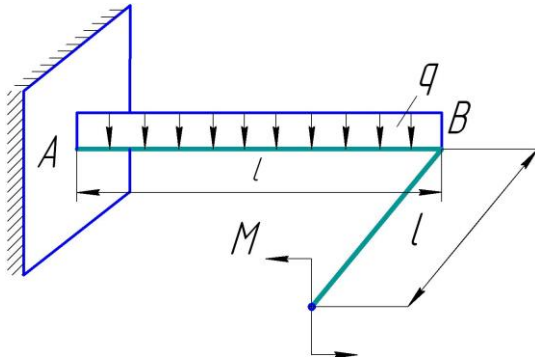
Из эюры M видно, что по середине пролета приложен сосредоточенный момент $M = ql^2$, направленный по часовой стрелке.

Ответ: $R_A = ql$, $R_B = 4ql$, $q = 2q$, $F = ql$, $M = ql^2$.



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады
Центрального и Приволжского федеральных округов
по сопротивлению материалов, 2017 год**

Задача 5



Определить величину M , который нужно приложить на конце рамы, чтобы вертикальное перемещение сечения B было равным 0.

Решение:

Вертикальное перемещение сечения B :

$$y_B = 0, \quad y_B = \frac{1}{EI} (F_1 \cdot K_1 + F_2 \cdot K_2),$$

где $F_1 = \frac{1}{3} \frac{ql^2}{2} \cdot l = \frac{ql^3}{6}$,

$$F_2 = M \cdot l,$$

$$K_1 = \frac{3}{4} l,$$

$$K_2 = \frac{l}{2},$$

$$y_B = \frac{1}{EI} \left(-\frac{ql^3}{6} \cdot \frac{3}{4} l + M \cdot l \cdot \frac{l}{2} \right) = \frac{1}{EI} \left(-\frac{3ql^4}{24} + \frac{Ml^2}{2} \right),$$

$$-\frac{3}{24} ql^4 + \frac{M \cdot l^2}{2} = 0,$$

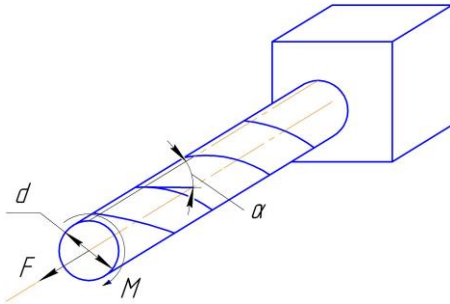
$$M = \frac{3ql^4 \cdot 2}{24l^2} = \frac{ql^2}{4}.$$

Ответ: $M = \frac{ql^2}{4}$.



**II тур Всероссийской студенческой олимпиады
Центрального и Приволжского федеральных округов
по сопротивлению материалов, 2017 год**

Задача 6

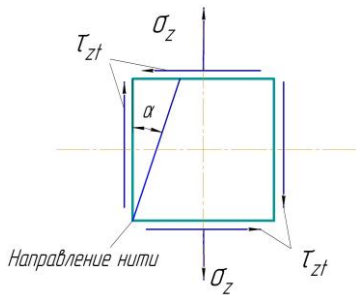


Нить наклеена на стержень круглого поперечного сечения по винтовой линии с углом α между касательной к нити и осью стержня z .
Дано: $\alpha = 30^\circ$, $\mu = 0.25$, d .

Найти соотношение между крутящим моментом M и растягивающей силой F , при котором длина нити не изменяется.

Решение:

Точки наружной поверхности стержня находятся в плоском напряженном состоянии.



$$\sigma_z = \frac{F}{A}; \quad \tau_{zt} = \frac{M}{W_p}.$$

Чтобы выразить деформацию в направлении нити, определим нормальные напряжения на двух площадках, связанных с ее направлением.

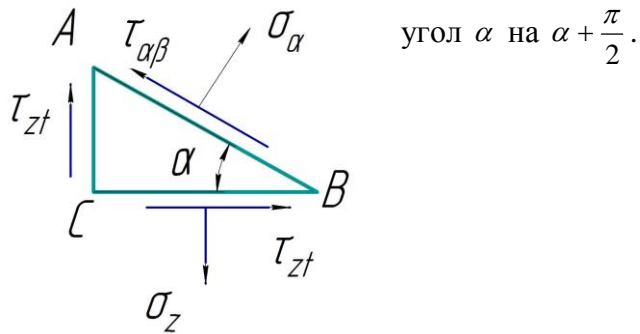
Рассмотрим равновесие элемента, показанного на рисунке. Считая, что $AB=1$, находим $AC=1 \cdot \sin \alpha$, $BC=1 \cdot \cos \alpha$.

Составляем уравнение равновесия в направлении нормали к площадке AB .

$$\sigma_\alpha \cdot AB = \sigma_z \cdot BC \cdot \cos \alpha - \tau_{zt} \cdot AC \cdot \cos \alpha - \tau_{zt} \cdot BC \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$\sigma_\alpha = \sigma_z \cdot \cos^2 \alpha - \tau_{zt} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha \quad (1)$$

Напряжение σ_β можно найти по формуле (1), заменив



$$\sigma_{\beta} = \sigma_z \cdot \cos^2\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) - 2\tau_{zt} \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \sigma_z \cdot \sin^2 \alpha + \tau_{zt} \cdot 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

Определяем деформацию в направлении нити

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{\sigma_{\alpha} - \mu \sigma_{\beta}}{E} = 0$$

$$\sigma_z \cdot \cos^2 \alpha - \tau_{zt} \sin 2\alpha - \mu(\sigma_z \cdot \sin^2 \alpha + \tau_{zt} \cdot \sin 2\alpha) = 0$$

$$\sigma_z \cdot (\cos^2 \alpha - \mu \cdot \sin^2 \alpha) = \tau_{zt} \cdot (1 + \mu) \sin 2\alpha$$

$$\frac{F}{A} (\cos^2 \alpha - \mu \sin^2 \alpha) = \frac{M}{W_p} (1 + \mu) \sin 2\alpha$$

Подставляем $A = \frac{\pi d^2}{4}$, $W_p = \frac{\pi d^3}{16}$, $\alpha = 30^\circ$, $\mu = 0.25$,

$$\frac{4F}{\pi d^2} \left(\frac{3}{4} - 0.25 \cdot \frac{1}{4} \right) = \frac{16M}{\pi d^3} \cdot 1.25 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$0.6875 F = 4.330 \cdot \frac{M}{d},$$

$$F \cong 6.3 \frac{M}{d}, \quad \frac{M}{F} \cong 0.1588 d.$$

Ответ: $\frac{M}{F} \cong 0.1588 d$.