

## КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОДИНОЧНЫХ ЕСТЕСТВЕННЫХ ЗАЗЕМЛИТЕЛЕЙ

В.Д. ЛЕБЕДЕВ, канд. техн. наук

Представлены методика расчета сопротивления и частотных характеристик для естественного одиночного заземлителя с использованием компьютерных программ Matlab и Multiphysics COMSOL, а также результаты моделирования в виде распределения плотностей токов, потенциала, шагового напряжения и напряженности электрического поля. Построены частотные зависимости указанных распределений.

*Ключевые слова:* заземлитель, естественный заземлитель, сопротивление заземлителя, частотные характеристики заземлителя, шаговое напряжение.

## COMPUTER MODELLING AND CHARACTERISTICS RESEARCH OF SINGLE NATURAL EARTH ELECTRODES

V.D. LEBEDEV, Candidate of Engineering

The author describes the methods of resistance calculation frequency characteristics for a single natural earth electrode with using the Matlab and Multiphysics COMSOL computer programs. Modelling results in the form of distribution of currents densities, potential, step voltage and electric field intensity are presented. The author suggests the frequency dependences of distributions.

*Keywords:* earth electrode, natural earth electrode, earth electrode resistance, earth electrode frequency characteristics, step voltage.

Заземляющие устройства предназначены для защиты человека, оборудования и строений от воздействия токов молний и токов коротких замыканий в электрооборудовании.

При разработке заземляющих устройств важным является определение параметров элементов заземляющих устройств, частью которых являются заземлители.

В качестве естественных заземлителей могут быть использованы элементы железобетонных опорных конструкций.

В большинстве известных случаев [1, 2] характеристики заземлителей даются на основании приближенных аналитических расчетов либо на основании экспериментальных замеров, которые зависят от множества неучтенных факторов.

В соответствии с нормативными документами (СО 34.35.311-2004) и литературой [3–5] важно знать сопротивление заземляющего устройства не только для постоянного тока, но и для спектра частот.

Ниже представлены результаты компьютерных исследований типовой конструкции железобетонной опоры – естественного заземлителя (рис. 1).

Основным электрическим параметром заземлителя является сопротивление проходящему через него току. Величина сопротивления зависит от удельных сопротивлений опорной стойки, грунта, бетонного основания самого заземлителя, песчаной подушки, а сами удельные сопротивления, в свою очередь, зависят от влажности и температуры. Частотные свойства полного сопротивления заземлителя зависят от относительной магнитной проницаемости

стальной стойки и диэлектрической проницаемости грунта.

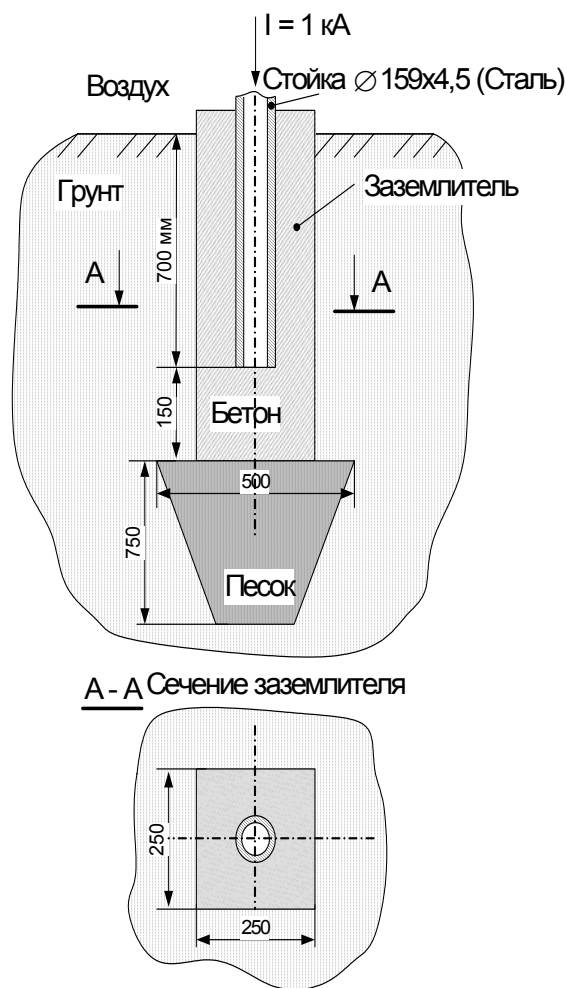


Рис. 1. Конструкция бетонного заземлителя

Таким образом, основной задачей исследований является определение следующих характеристик:

- комплексного сопротивления заземлителя;
- потенциала стойки;
- напряжения шага и прикосновения.

Расчеты необходимо выполнить в широком спектре частот входного тока и различных удельных сопротивлений грунта и бетонного основания заземлителя.

Геометрия заземлителя близка к осесимметричной, и для создания математической модели можно использовать 2D-моделирование. Однако бетонное основание имеет квадратное сечение и его необходимо заменить эквивалентным цилиндром. Поэтому для получения точных результатов расчет будем вести в два этапа, на основе двух полевых моделей. В качестве компьютерного расчетного средства используем программы COMSOL Multiphysics и Matlab.

Первый этап моделирования является вспомогательным и необходим для определения эквивалентного радиуса  $r_2$  цилиндра, замещающего бетонное основание квадратного сечения (рис. 2). Второй этап является основным, где определяются все искомые параметры заземлителя.

Приведем описание первого этапа – создадим первую модель.

Создание двумерной (2D) модели выполним на секущей плоскости, нормальной к основной оси заземлителя (рис. 2).

Решим следующее уравнение электромагнитного поля:

$$-\nabla \cdot d((\gamma + j\omega\epsilon\epsilon_0)\nabla V) = 0, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – удельная электропроводность среды;  $\omega$  – угловая частота;  $\epsilon_0$  – диэлектрическая постоянная;  $\epsilon$  – относительная диэлектрическая прони-

цаемость;  $d$  – толщина слоя (по умолчанию ее значение примем равным единице).

Постановка задачи в 2D подразумевает исключение из расчетов компонент поля, направленных по оси  $z$ , расчетные компоненты поля представлены на рис. 3, поясняющем выбор координатной системы.

Решение уравнения (1) подразумевает задание граничных условий. Для нашей задачи необходимо задание нулевого потенциала на окружности радиусом  $r_3$  (рис. 2), который теоретически равен бесконечности, но решение задачи должно выполняться на конечной области, что противоречит условию. Использование заложенных в программе COMSOL Multiphysics так называемых бесконечных элементов тоже не позволяет получить достоверный результат. Поэтому решение выполним на конечной расчетной области, ограниченной окружностью, радиус  $r_3$  которой на порядок больше размеров, определяющих сечение бетонного основания заземлителя. Итак, граничными условиями являются: заданный потенциал (например, 1 В) на внешнем радиусе стойки  $r_1$  и нулевой потенциал на границе окружности с радиусом  $r_3$ .

Решение уравнения (1) с описанными граничными условиями позволяет получить распределение линий электрического поля (рис. 4), а также рассчитать удельное сопротивление бесконечного заземлителя (на 1 м длины). Значения расчетных сопротивлений при различных исходных данных сведены в табл. 1.

Таблица 1

| Удельное сопротивление бетона (Ом*м) | Удельное сопротивление грунта (Ом*м)  |                     |                      |
|--------------------------------------|---|---------------------|----------------------|
|                                      | 100   | 200                 | 500                  |
|                                      | Расчетное сопротивление между двумя электродами модели (на один метр длины) при частоте 50 Гц |                     |                      |
| 10                                   | 68,27–<br>1,87e-5i  | 135,40–<br>7,47e-5i | 336,72–<br>4,667e-4i |
| 50                                   | 72,35–<br>1,95e-5i  | 139,76–<br>7,56e-5i | 341,36–<br>4,677e-4i |

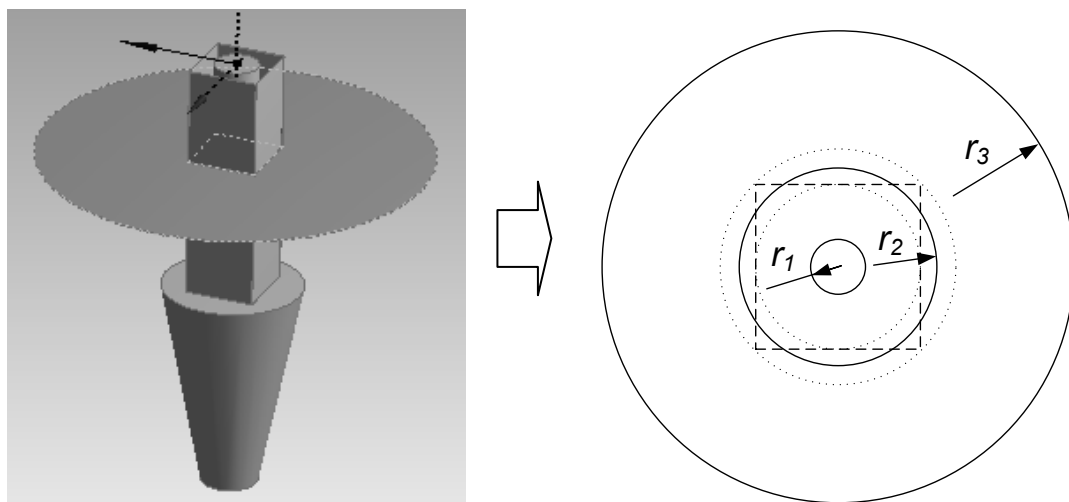


Рис. 2. Выбор секущей плоскости для моделирования

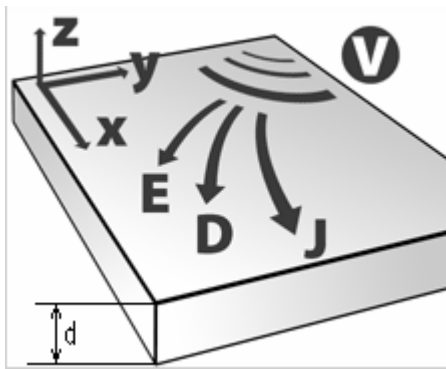


Рис. 3. Расчетные компоненты электрического поля в плоскости x-y

Анализ картины электрического поля (рис. 4, замкнутые линии представляют собой эквипотенциалы, а расходящиеся – линии плотности тока) показывает, что эквипотенциалы только в непосредственной близости к бетонному основанию отличаются от идеальных окружностей, что подтверждает достаточность выбранного радиуса  $r_3$ .

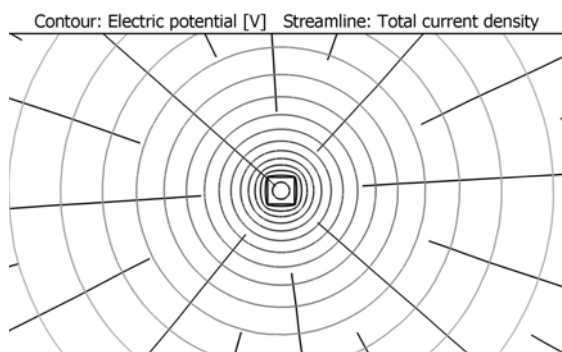


Рис. 4. Картина электрического поля

Используя полученные значения сопротивлений, найдем величину эквивалентного радиуса  $r_2$ . На основании известных соотношений

запишем уравнение для последовательного сопротивления  $R$  для двух соосных цилиндров, заполненных средой с различной электропроводностью:

$$R = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi\gamma_{\text{бм}} \cdot \ell} + \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi\gamma_{\text{гр}} \cdot \ell}, \quad (2)$$

где  $\gamma_{\text{бм}}$  – удельная проводимость бетона;  $\gamma_{\text{гр}}$  – удельная проводимость грунта;  $\ell$  – длина конструкции принятая равной 1.

Решение трансцендентного уравнения (2) относительно неизвестного радиуса  $r_2$  выполним в программе Matlab, задав ограничения области поиска решения (радиусами вписанной и описанной окружностей бетонного основания).

Пример процедуры решения уравнения в программе Matlab представлен ниже, где искомый радиус  $r_2$  обозначен через  $x$ :

```
% Задание исходных данных
r1=0.159/2; r3=10;% радиус трубы и внешнего цилиндра
% радиусы ограничения поиска решения
r_in=0.125; r_out=r_in*sqrt(2);
% электропроводность бетона и грунта
gamma_b=1/50; gamma_g=1/500;
R=68.3;% сопротивление заземлителя (из табл.1);
% решение уравнения
function y=Rek(x);
y=(log(x/r1)/(2*pi*gamma_b))+log(r3/x)/(2*pi*gamma_g)-R;
fzero('Rek',[r_in r_out]).
```

Для различных исходных данных (табл. 1) уравнение (2) дает значение  $r_2 \approx 0,145$  м, которое колеблется в диапазоне  $\pm 2\%$ .

Итак, эквивалентный радиус найден – первый этап моделирования выполнен.

Второй этап моделирования выполним на плоскости, секущей заземлитель вдоль основной оси (рис. 5).

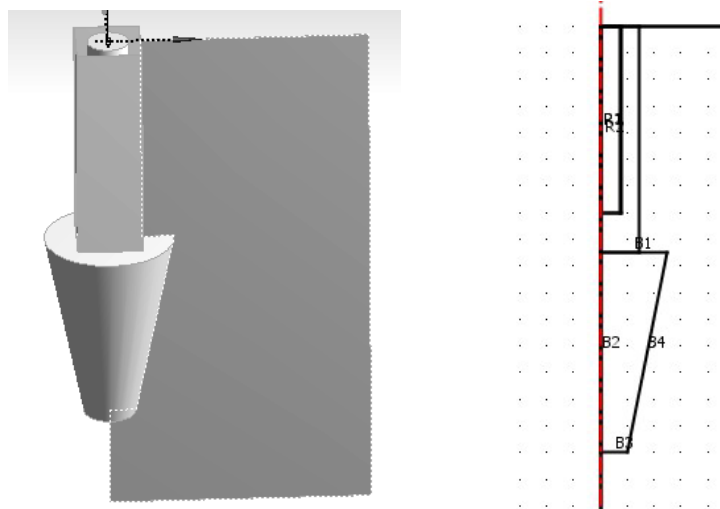


Рис. 5. Выбор секущей плоскости для второй модели

В модели решаются следующие уравнения:

$$-\nabla \left( (j\omega\gamma - \omega^2 \epsilon \epsilon_0) A + (\gamma + j\omega \epsilon \epsilon_0) \nabla V \right) = 0,$$

$$(j\omega\gamma - \omega^2 \epsilon \epsilon_0) A + \nabla \times (\mu_0^{-1} \mu^{-1} \nabla \times A) + (\gamma + j\omega \epsilon \epsilon_0) \nabla V = 0. \quad (3)$$

Основные компоненты поля, исходные и определяемые в уравнении (3), показаны на рис. 6.

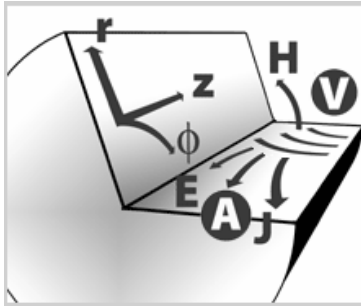


Рис. 6. Расчетные компоненты электромагнитного поля в плоскости r-z

Дополняя уравнения (3) граничными условиями, получаем распределение электромагнитного поля в элементах заземлителя, в подсыпке и основном грунте.

Уравнения (3) решают задачу в пространственно-частотной области и позволяют учесть волновые процессы в квазистатической постановке. В решаемой задаче учитывается поверхностный эффект в стойке, выполненной из ферромагнитного материала. Кроме того, в модели использованы «бесконечные элементы», позволяющие правильно учитывать распределение поля. В результате моделирования получена картина поля (рис. 7).

Плотность тока заземлителя может быть разложена на отдельные компоненты по

физической природе, а именно: потенциальную, индуцированную и плотность тока смещения.

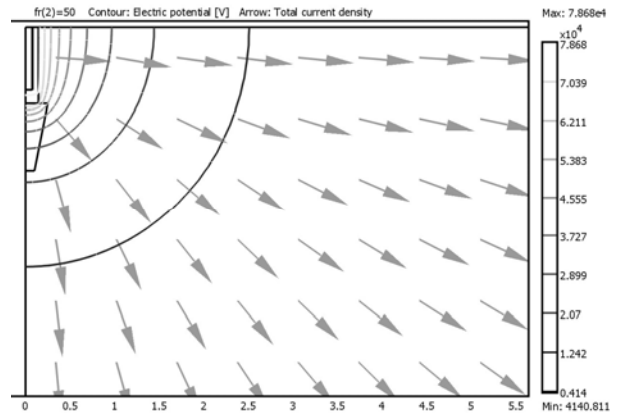


Рис. 7. Картина поля заземлителя: сплошные линии – эквипотенциали; стрелки – направления векторов плотности тока

Индуцированная компонента плотности тока наиболее выражена в стойке, выполненной из ферромагнитного материала. Раскладывая данную компоненту плотности тока на осевую и радиальную, можно обнаружить закономерность в виде смены направления радиальной компоненты плотности тока, что значительно снижает реактивную компоненту комплексного сопротивления заземлителя. Расчетные зависимости радиальной компоненты индуцированной плотности тока вдоль стойки заземлителя (в глубину) представлены на рис. 8 для различных частот (от 10 до 5000 Гц). Чем выше частота, тем данная составляющая тока больше. Однако независимо от частоты в средней части стойки направление плотности тока меняется на противоположное. Противоположную зависимость представляют потенциальные плотности токов в том же сечении (рис. 9).

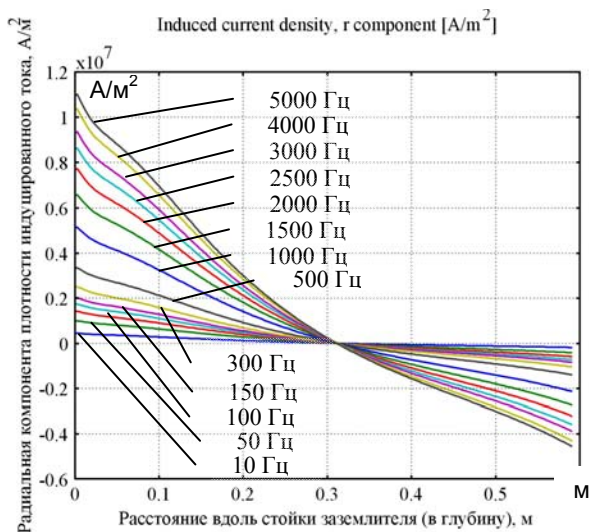


Рис. 8. Распределение радиальной компоненты плотности индуцированного тока вдоль стойки заземлителя

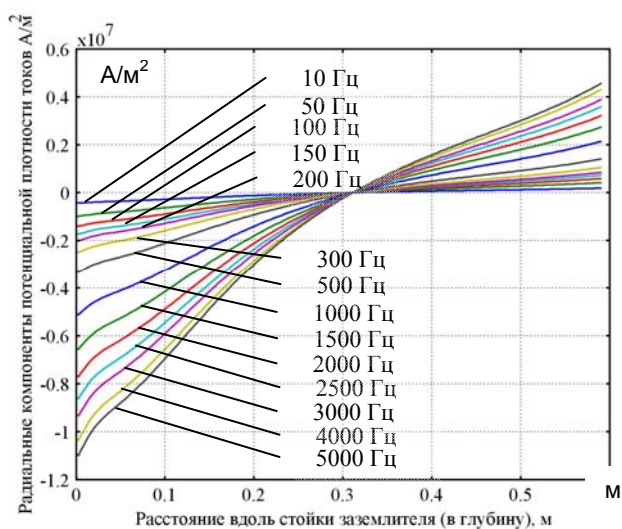


Рис. 9. Распределение радиальной компоненты плотности потенциального тока вдоль стойки заземлителя

Представленные компоненты плотностей тока (рис. 8, 9) противоположны и, складываясь, значительно компенсируют друг друга. Модуль суммарной плотности тока представлен на рис. 10. Полученные зависимости предсказывают низкое значение мнимой составляющей полного комплексного сопротивления заземлителя.

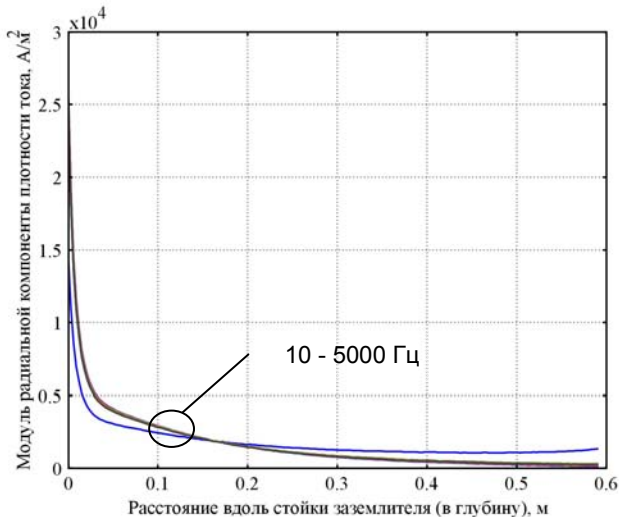


Рис. 10. Распределение модуля радиальной компоненты плотности тока вдоль стойки заземлителя

Выполненные расчеты интегральных значений комплексных сопротивлений подтверждают низкое значение мнимой части комплексного сопротивления. Например, для параметров, представленных в табл. 2, значения комплексного сопротивления в зависимости от частоты представлены в табл. 3.

Таблица 2

| Наименование параметров модели                           | Значение |
|--|----------|
| Удельное сопротивление грунта, Ом*м                      | 200      |
| Удельное сопротивление бетона, Ом*м                      | 50       |
| Удельное сопротивление песочной подсыпки (подушки), Ом*м | 200      |
| Удельная проводимость грунта, См/м                       | 0,01     |
| Удельная проводимость бетона, См/м                       | 0,02     |
| Удельная проводимость песочной подсыпки (подушки), См/м  | 0,005    |

Таблица 3

| Частота, Гц | Сопротивление, Ом |
|-------------|-------------------|
| 10          | 91,722+1,86e-4i   |
| 50          | 91,794+7,19e-4i   |
| 100         | 91,718+1,87e-3i   |
| 200         | 91,746+3,64e-3i   |
| 500         | 91,704+9,05e-3i   |
| 1000        | 91,660+1,78e-2i   |
| 2000        | 91,774+3,47e-2i   |
| 3000        | 91,778+5,12e-2i   |
| 4000        | 91,696+6,46e-2i   |
| 5000        | 91,820+8,15e-2i   |

Результаты вычислений для различных сопротивлений грунта при параметрах, заданных в табл. 4, сведены в табл. 5 и представлены на рис. 10.

Таблица 4

| Наименование параметров модели                           | Значение              |
|--|-----------------------|
| Удельное сопротивление грунта, Ом*м                      | 10–10000              |
| Удельное сопротивление бетона Ом*м                       | 50                    |
| Удельное сопротивление песочной подсыпки (подушки), Ом*м | 200                   |
| Удельная проводимость грунта, См/м                       | $10^{-4}$ – $10^{-1}$ |
| Удельная проводимость бетона, См/м                       | 0,02                  |
| Удельная проводимость песочной подсыпки (подушки), См/м  | 0,005                 |
| Частота, Гц  | 50                    |

Таблица 5

| Проводимость грунта, См/м | Сопротивление, Ом |
|---------------------------|-------------------|
| 1e-4                      | 2876,72+19,51i    |
| 5e-4                      | 674,288-0,0105i   |
| 0,001                     | 369,819-0,002612i |
| 0,005                     | 91,6975+9,591e-4i |
| 0,01                      | 50,8362+9,866e-4i |
| 0,02                      | 29,2521+9,920e-4i |
| 0,05                      | 15,7835+9,902e-4i |
| 0,1                       | 11,1754+9,847e-4i |

Полученные значения сопротивлений заземлителя связаны с важным параметром – распределением потенциала по поверхности грунта. Человек, находясь в определенном месте на поверхности земли, приобретет тот же потенциал, что и это место. Касание человеком металлических предметов, находящихся под другим потенциалом, например стойки заземлителя, может быть опасно. В результате проведенных расчетов получены значения потенциалов на поверхности земли в зависимости от проводимости грунта (рис. 11).

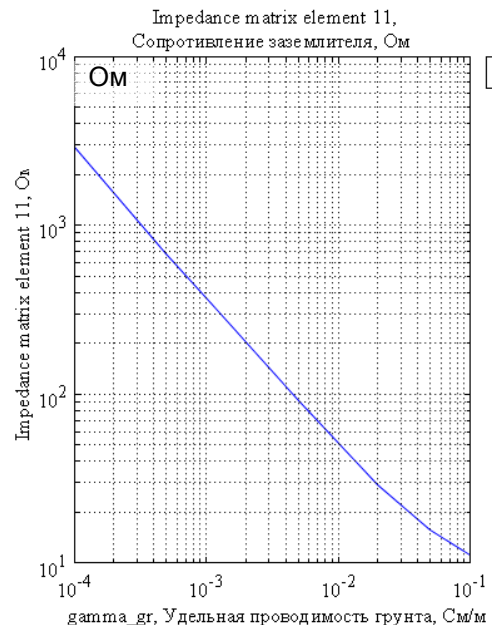


Рис. 11. Зависимость модуля сопротивления заземлителя от удельной проводимости грунта

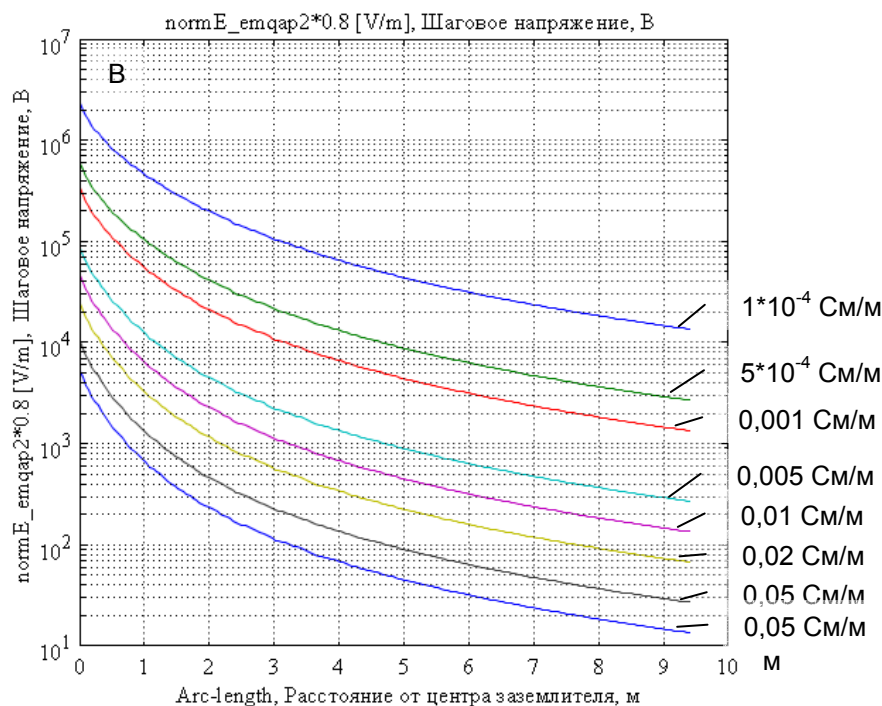


Рис. 12. Распределение шагового напряжения по поверхности земли (логарифмическая зависимость) при различных проводимостях грунта

В табл. 6 представлено сопоставление результатов моделирования и расчета по приближенной формуле

$$R = \frac{2 \cdot \pi \gamma \ell}{\ln \frac{4\ell}{d}} \quad (4)$$

Исходные данные для расчетов приведены в табл. 4.

Таблица 6

| Сопротивление грунта, Ом*м | Сопротивления заземлителя по формуле (4), Ом | Сопротивления заземлителя по результатам моделирования, Ом |
|----------------------------|--|--|
| 10000,00                   | 6525,18                                      | 2876,72+19,5i  |
| 2000,00                    | 1305,04                                      | 674,28-0,011i  |
| 1000,00                    | 652,52                                       | 369,81-0,0026i   |
| 200,00                     | 130,50                                       | 91,70+9,59e-4i   |
| 100,00                     | 65,25  | 50,84+9,87e-4i   |
| 50,00                      | 32,63  | 29,25+9,92e-4i   |
| 20,00                      | 13,05  | 15,78+9,90e-4i   |
| 10,00                      | 6,53   | 11,18+9,85e-4i   |

### Заключение

Выполненные расчеты в пространственно-частотной области показали слабую зависимость комплексного сопротивления заземлителя от частоты, то есть сопротивление носит в

Лебедев Владимир Дмитриевич,  
 ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина»,  
 кандидат технических наук, доцент кафедры теоретических основ электротехники и электротехнологий,  
 телефон (4932) 26-99-53,  
 e-mail: vd\_lebedev@mail.ru

основном активный характер в широком диапазоне частот и удельных сопротивлений грунта.

Сопоставление результатов полевого моделирования и расчетов по упрощенной аналитической формуле (табл. 6) демонстрирует расхождение результатов расчетов, однако следует отметить, что такое существенное расхождение обусловлено влиянием неизменных значений (удельных проводимостей бетона и песочной подсыпки во всех вычислительных опытах). Частично учесть влияние проводимости бетона возможно на основе расчетов по формуле (2).

### Список литературы

1. Найфельд М.Р. Заземление и другие меры защиты. Изд. 3-е перераб. и доп. – М.: Энергия, 1975.
2. Электромагнитная совместимость в электроэнергетике и электротехнике / А.Ф. Дьяков, Б.К. Максимов, Р.К. Борисов и др.; под ред. А.Ф. Дьякова. – М.: Энергоатомиздат, 2003.
3. Матвеев М.В., Кузнецов М.Б. Имитационное моделирование растекания тока молнии по ЗУ ПС и ЭС // Энергоэксперт. – 2009. – № 4(15). – С. 95–101.
4. Борисов Р.К. Нормативная база по электромагнитной совместимости в электроэнергетике // Энергоэксперт. – 2009. – № 4(15). – С. 92–94.
5. Рябкова Е.Я. Заземления в установках высокого напряжения. – М.: Энергия, 1978.