© «Вестник ИГЭУ» Вып. 4 2008 г.

УДК 681.51

АНАЛИЗ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПРОГНОЗИРУЮЩЕЙ МОДЕЛЬЮ

КОБЗЕВ А.А., д-р техн. наук, НОСКОВ Е.В., ассист.

Приведены результаты исследований системы управления с параллельно работающей моделью, реализующей прогнозирование изменения параметров управляемого объекта с помощью интерполирующих полиномов.

Ключевые слова: адаптивное прогнозирующее управление с моделью, алгоритм прогнозирования, экстраполяционные полиномы, параллельная модель.

ANALYZING THE AUTOMATED MANAGEMENT SYSTEM WITH PARALLEL PREDICTIVE MODEL

A.A. KOBZEV, Doctor of Engineering, E.V. NOSKOV, Assistant

The authors give the research results of management system with parallel operating model. This system should predict the parameters changes of manageable object using the interpolating polynome.

Key words: adaptive predictive management with a model, predictive algorithm, extrapolitional polinome, parallel model.

Использование в контурах систем управления цифровых вычислительных устройств значительно расширяет возможности применения сложных законов управления. Хотя в реальной промышленной автоматике до сих пор превалируют системы с цифровой реализацией ПИД-регулирования, все большее распространение получают различные алгоритмы оптимального, адаптивного управления, особенно для систем высокого порядка, существенно нестационарных и нелинейных. Одним из вариантов такого управления, отличающимся новизной подходов, является адаптивное прогнозирующее управление с моделью, получившее значительное развитие в последнее десятилетие. Упрощенно идея заключается в использовании экстраполированных на определенную глубину значений переменных при формировании закона управления так, чтобы минимизировать будущее отклонение системы от желаемого состояния и тем самым обеспечить оптимальность управления.

Обобщенная нелинейная задача управления с предсказанием. Пусть математической моделью объекта управления служит система обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t)), \;\; x(0) = x_0, \qquad (1)$$

где $x \in E^n$ – вектор состояния; $u \in E^m$ – вектор управления; $t \in [0, \infty)$.

Введем в рассмотрение допустимые множества управлений $U \subseteq E^m$ и состояний $X \subseteq E^n$, полагая, что для любого фиксированного момента времени $t \in [0, \infty)$ должны выполняться условия $x(t) \in X$, $u(t) \in U$. Положим, что для любых кусочно-непрерывных функций $u(t)$ со значениями из множества U функция $f(t, x, u(t))$ удовлетворяет условиям существования и единственности решения задачи Коши для системы (1). Кроме того, будем полагать $f(t, 0, 0) \equiv 0$, т. е. система (1) обладает нулевым положением равновесия.

В качестве простейшего варианта задания допустимых множеств U и X можно привести, например, следующие соотношения:

$$\begin{aligned} U &= \left\{ u \in E^m : u_{i\,\min} \le u_i \le u_{i\,\max}, i = \overline{1,m} \right\}, \\ U &= \left\{ x \in E^n : x_{j\,\min} \le x_j \le x_{j\,\max}, j = \overline{1,n} \right\}, \end{aligned} \qquad (2)$$

где $u_{i\,min}$, $u_{i\,max}$, $x_{j\,min}$, $x_{j\,max}$ – заданные вещественные числа.

Будем считать, что целью управления объектом (1) является обеспечение выполнения равенств

$$\lim_{t \to \infty} \|x(t) - r_x(t)\| = 0, \;\; \lim_{t \to \infty} \|u(t) - r_u(t)\| = 0, \qquad (3)$$

где заданные векторные функции $r_x(t)$ и $r_u(t)$ определяют некоторое желаемое движение объекта.

Введем в рассмотрение понятие качества управления, задавая некоторый функционал

$$J_0 = J_0(x(t), u(t)) \qquad (4)$$

на управляемых движениях объекта (1).

Любая задача оптимального управления состоит в поиске такого управляющего воздействия из некоторого заданного класса (при его задании учитывается допустимое множество *U*), которое обеспечивает достижение цели (3) с учетом ограничения $x(t) \in X \ \forall t \in [0,\infty)$ и доставляет минимум функционалу (4).

Таким образом, принцип прогнозирующего управления может быть сформулирован как способ формирования управляющего воздействия в системе, при котором прогнозируемая выходная переменная приближается к желаемой, последовательно переопределяемой.

В настоящее время известны многочисленные варианты типовых задач, конкретизирующих приведенную выше формулировку, а также разнообразные подходы к их аналитическому и численному решению. Однако необходимо отметить, что до настоящего времени все эти подходы являются достаточно сложными для практической реализации.

Для учета этого факта при решении задач оптимального управления в настоящее время используются различные пути, одним из которых является применение теории управления с прогнозирующими моделями. По существу, ее основу составляет известное обобщение принципа обратной связи, согласно которому при формировании управляющего воздействия используется измеряемая информация о состоянии объекта.

Сказанное может быть проиллюстрировано структурной схемой (рис. 1).

Алгоритм работы системы управления следующий:

1. Рассматривается некоторая математическая модель объекта, начальными условиями для которой служит его текущее состояние. При заданном программном управлении выполняется расчет уравнений этой модели, что дает прогноз движения объекта на некотором конечном отрезке времени (горизонте прогноза).

2. Выполняется оптимизация программного управления, целью которой является приближение регулируемых переменных прогнозирующей модели к соответствующим задающим сигналам на горизонте прогноза.

3. На шаге вычислений, составляющем фиксированную малую часть горизонта прогноза, реализуется найденное оптимальное управление.

4. Горизонт прогноза сдвигается на шаг вперед, и повторяются пункты 1–3 данной последовательности действий.

Основным и важным звеном представленной системы управления является алгоритм прогнозирования (в дальнейшем прогнозатор), который выполняет роль опережения (прогноза) задающего воздействия на некоторый шаг h (горизонт прогнозирования).

Одним из методов реализации прогнозатора является использование экстраполяционных полиномов, позволяющих с определенной точностью для непрерывных функций составить прогноз на некоторое значение вперед.

Например, можно взять в качестве прогнозатора вторую интерполяционную формулу Ньютона. Ее сущность состоит в том, что для функции

$y_i = y(x_i) \quad (i = 0,1,2,\ldots,n)$

с равноотстоящим значением аргумента

$x_i = x_0 + ih$

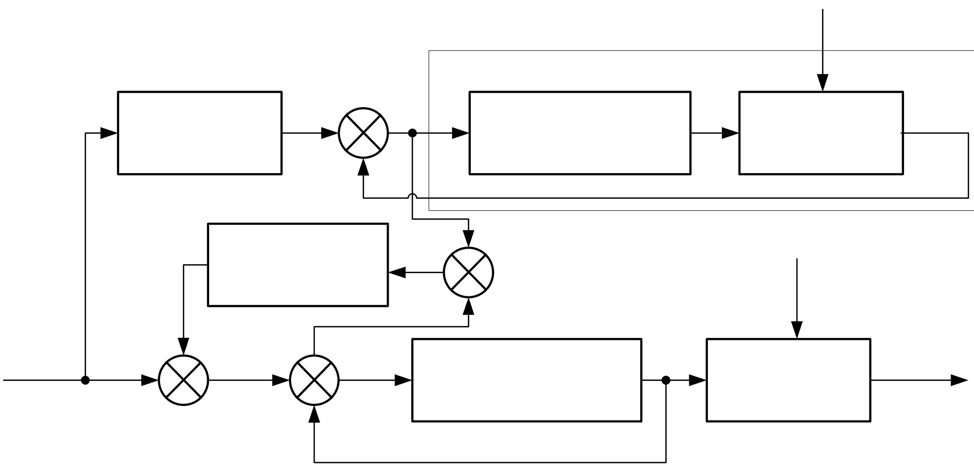

Рис. 1. Структурная схема системы управления с параллельной прогнозируемой моделью: **g** – задающее воздействие; **X** – выходная координата объекта управления; **X*** – выходная координата модели объекта управления; **E*** – ошибка модели

строим интерполирующий полином следующего вида:

$$P_n(x) = a_0 + a_1(x - x_n) + a_2(x - x_n)(x - x_{n-1}) + $$
$$+ a_3(x - x_1)(x - x_{n-1})(x - x_{n-2}) + \ldots + a_n(x - x_n) \times$$
$$\times (x - x_n)(x - x_{n-1})\ldots(x - x_1). \quad (5)$$

Наша задача состоит в определении коэффициентов $a_0, a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n$ таким образом, чтобы были выполнены равенства

$P_n(x_i) = y_i \quad (i = 0, 1, \ldots, n).$

Для этого необходимо и достаточно, чтобы

$$\Delta^i P_n(x_{n-i}) = \Delta^i y_{n-i} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, n). \quad (6)$$

Положим $x = x_n$ в формуле (5). Тогда будем иметь

$P_n(x_n) = y_n = a_0.$

Следовательно, $a_0 = y_n$.

Далее, берем от левой и правой частей формулы (5) конечные разности первого порядка:

$$\Delta P_n = a_1 * 1h + a_2 * 2h(x - x_{n-1})^{[1]} +$$
$$+ a_3 * 3h(x - x_{n-2})^{\{2\}} + \ldots + a_n nh(x - x_1)^{[n-1]}.$$

Полагая $x = x_{n-1}$ и учитывая соотношения (6), будем иметь

$\Delta P_n(x_{n-1}) = \Delta y_{n-1} = a_1 h.$

Следовательно,

$$a_1 = \frac{\Delta y_{n-1}}{h}.$$

Аналогично составим вторую разность от $P_n(x)$, в результате получим

$$\Delta^2 P_n(x) = a_2 2!h^2 + a_3 3 * 2h^2(x - x_{n-2})^{[1]} + \ldots$$
$$\ldots + a_n n(n-1)h^2(x - x_1)^{n-2}.$$

Полагая $x = x_{n-2}$, находим

$\Delta^2 P_n(x_{n-2}) = \Delta^2 y_{n-2} = a_2 2!h^2.$

Характер закономерности коэффициентов a_i достаточно ясен. Применяя метод математической индукции, можно сказать, что

$$a_i = \frac{\Delta^i y_{n-i}}{i!h^i} \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, n). \quad (7)$$

Подставляя эти значения в формулу (5), будем иметь окончательно

$$P_n(x) = y_n + \frac{\Delta y_{n-1}}{1!h}(x - x_n) + \frac{\Delta^2 y_{n-2}}{2!h^2}(x - x_n) \times$$
$$\times (x - x_{n-1}) + \frac{\Delta^3 y_{n-3}}{3!h^3}(x - x_n)(x - x_{n-1})(x - x_{n-2}) + \ldots$$
$$\ldots + \frac{\Delta^n y_0}{n!h^n}(x - x_n)\ldots(x - x_1). \quad (8)$$

Формула (8) носит название второй интерполяционной формулы Ньютона.

Введем более удобную запись формулы (8). Пусть

$$q = \frac{x - x_n}{h},$$

тогда

$$\frac{x - x_{n-1}}{h} = \frac{x - x_n + h}{h} = q + 1,$$
$$\frac{x - x_{n-2}}{h} = q + 2$$

и т.д.

Подставив эти значения в формулу (4), получим

$$P_n(x) = y_n + q\Delta y_{n-1} + \frac{q(q+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} +$$
$$+ \frac{q(q+1)(q+2)}{3!}\Delta^3 y_{n-3} + \ldots + \frac{q(q+1)\ldots(q+n-1)}{n!}\Delta^n y_0. \quad (9)$$

Это и есть обычный вид второй интерполяционной формулы Ньютона. Для приближённого вычисления значений функции y полагают

$y = P_n(x).$

При моделировании второй интерполяционной формулы Ньютона в пакете программ MATLAB непрерывной функции $F(x) = 10 * \sin(x) + \sin(2x) * \sin(3x)$ на h = 1 с и h = 1,5 с вперед были получены результаты, представленные на рис. 2.

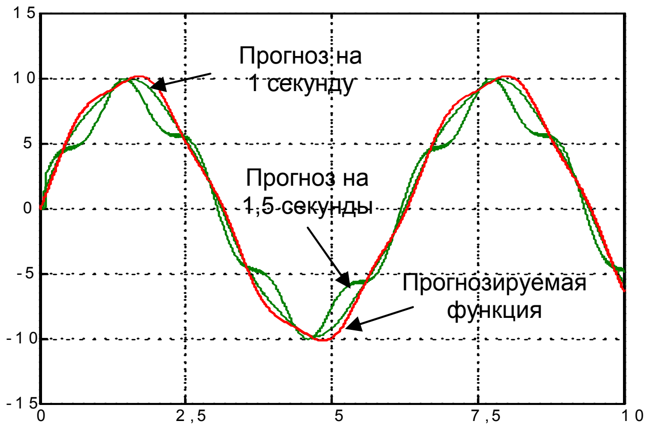

Рис. 2. Результаты прогнозирования

При моделировании системы управления с предложенной структурой были получены следующие результаты:

1) исходная система описывается передаточной функцией вида

$$W(p) = \frac{75}{p(0{,}007p+1)(0{,}01p+1)\left(0{,}0001p^2+0{,}012p+1\right)};$$

2) звено, не охваченное главной обратной связью, имеет передаточную функцию вида

$$W(p)=\frac{1}{0{,}0001p^2+0{,}012p+1}.$$

Исследования показали, что ошибка системы с прогнозируемой параллельной моделью составляла на 20–30% меньше, чем ошибка исходной системы. При этом время опережения менялось в диапазоне h = (0,01–0,1) с. Ошибки систем в режиме входного воздействия $g=2{,}5\sin x+\cos 2x*\sin 5x$ представлены на рис. 3.

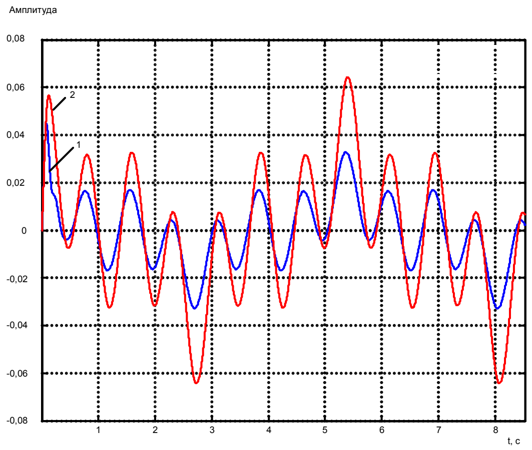

Рис. 3. Ошибки систем: 1 – система с моделью; 2 – система без модели

Преимущество выбранного подхода заключается в том, что все изменения исходной системы происходят на программном уровне и не затрагивают конструкционные изменения, что в ряде случаев экономически выгодно.

Список литературы

1. **Новые** конструкции общей теории управления: Сб. науч. тр. / Под ред. А.А. Красовского. – Москва-Таганрог: Таганрогский радиотехн. ун-т, 1995.

2. **Аветисян Д.А.** Автоматизация проектирования электрических систем. – М.: Высш. шк., 1998.

3. **matlab.exponenta.ru** – консультационный центр MATLAB компании SoftLine.

4. **Кабанов С.А.** Управление системами на прогнозирующих моделях. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 1997.

5. **Красовский А.А.** Прогнозирование и оптимальное автоматическое управление // Изв. СССР. Техническая кибернетика. – 1986. – № 4. – С. 115–122.

6. **Красовский А.А.** Оптимальное время прогнозирования в системах автоматического управления // Изв. СССР. Техническая кибернетика. – 1987. – №4. – С. 136–144.

7. **Новоселов Б.В., Кобзев А.А., Мишулин Ю.Е.** Система автоматического управления объектов вооружения с прогнозируемой моделью // Оборонная техника. – 2006. – № 8. – С. 29–32.

Кобзев Александр Архипович,
Владимирский государственный университет,
доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой автоматических и мехатронных систем,
телефон (4922) 479-863,
e-mail: kobzev@vlsu.ru

Носков Евгений Викторович,
Владимирский государственный университет,
ассистент кафедры автоматических и мехатронных систем,
телефон (4922) 479-863,
e-mail: kobzev@vlsu.ru